

**1er. Parcial de Matemáticas VII. Bloque B (9:30 AM)**

TABLA DE TRANSFORMADAS DE LAPLACE;  $a, \omega \in \mathbb{R}$ ,  $\alpha, \beta \in \mathbb{C}$ .

$u(x)$	$U(z)$
$u'_{gen}(x)$	$zU(z)$
$xu(x)$	$-U'(z)$
$u(x-a)$	$U(z)e^{-az}$
$e^{\alpha x}u(x)$	$U(z-\alpha)$
$\alpha u(x) + \beta v(x)$	$\alpha U(z) + \beta V(z)$
$u * v(x)$	$U(z)V(z)$

$u(x)$	$U(z)$
$\delta(x)$	1
$\delta^{(k)}(x)$	$z^k$
$H(x)$	$\frac{1}{z}$
$H(x)\frac{x^{k-1}}{(k-1)!}$	$\frac{1}{z^k}$
$H(x)e^{\alpha x}$	$\frac{1}{z-\alpha}$

$u(x)$	$U(z)$
$H(x)e^{\alpha x}\frac{x^{k-1}}{(k-1)!}$	$\frac{1}{(z-\alpha)^k}$
$H(x)\sen(\omega x)$	$\frac{\omega}{z^2 + \omega^2}$
$H(x)\cos(\omega x)$	$\frac{z}{z^2 + \omega^2}$
$H(x)\sinh(\omega x)$	$\frac{\omega}{z^2 - \omega^2}$
$H(x)\cosh(\omega x)$	$\frac{z}{z^2 - \omega^2}$

1. (20 ptos.) Resuelva el siguiente problema de valores iniciales, reduciendo a funciones causales:

$$\begin{cases} y''(x) + y(x) = \sen(2x) \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$$

2. (10 ptos.) Resuelva la siguiente ecuación de convolución  $(H(x)\cos(x)) * (u(x)) = xH(x-1)$

3. (10 ptos.) Sea  $f(x) = |x| \cdot 1_{[-1,1]}(x)$

- (a) Grafique  $f(x)$ .  
 (b) Calcule  $f''_{gen}(x)$ .  
 (c) Calcule la transformada de Laplace de  $f$ .

4. (10 ptos.) Halle el propagador causal del operador diferencial  $L = D^2 + 4D + 2I$ .

**¡Justifique todas sus respuestas!**